



Accede a apuntes, guías, libros y más de tu carrera

problemas-de-conjuntos-resueltos-unidad-14-pdf

10 pag.

UNIDAD 14

CONJUNTOS

Objetivo 1. Recordarás la definición de un conjunto y sus elementos.

Ejercicios resueltos:

- $\{2, 4, 6\}$ es un conjunto. Los elementos que forman este conjunto son: 2, 4, 6
- ¿Cuántos elementos hay en el conjunto {manzana, pastel, durazno}? 3 elementos
- $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2, 3, 4\}$
¿4 es un elemento de A? No
¿4 es un elemento de B? Si
- Si $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, entonces $7 \notin U$,

¿Se podría extraer $A = \{1, 2, 3, 7\}$ de este universo? No

¿Se podría extraer $B = \{2, 5, 6\}$? Si
- $A = \{5, 6, 7\}$ $B = \{6, 7, 8\}$
¿ $8 \in A$? No
¿ $8 \in B$? Si
- Del ejemplo anterior como 8 no es un miembro de A podemos escribir:
 $8 \notin A$

7. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 5, 2, 7\}$

¿Se cumple $x \in A \rightarrow x \in B$? SI

¿Se cumple $x \in B \rightarrow x \in A$? NO

¿Son iguales los dos conjuntos? NO

8. $C = \{6, 4\}$

Escribe un conjunto D tal que $D=C$

$$D = \{4, 6\}$$

9. Si $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2\}$ y $C = \{3, 4\}$, entonces el conjunto formado por todos los elementos comunes a B y C se le llama conjunto vacío.

10. Si $P = \{x \mid \text{es un río de la Tierra}\}$, P también es finito aunque sea difícil contar los ríos del Mundo.

11. El conjunto de números que son múltiplos de 5 es un conjunto infinito porque no nunca se llega a un fin, observa: $A = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$

Objetivo 2. Entenderás un conjunto de forma extensiva y comprensiva.

Ejercicios resueltos:

1. Enunciar con palabras los siguientes incisos con el método de extensión

a) $A = \{x \mid x^2 = 4\}$

Se lee “A es el conjunto de los x tales que x al cuadrado es igual a cuatro”. Los únicos números que elevados al cuadrado dan cuatro son 2 y -2, así que $A = \{2, -2\}$.

b) $B = \{x \mid x - 2 = 5\}$

Se lee “B es el conjunto de los x tales que x menos 2 es igual a 5”. La única solución es 7, de modo que $B = \{7\}$.

c) $C = \{x \mid x \text{ es positivo, } x \text{ es negativo}\}$

Se lee “C es el conjunto de los x tales que x es positivo y x es negativo”. No hay ninguno número que sea positivo y negativo, así que C es vacío, es decir, $C = \emptyset$.

d) $D = \{x \mid x \text{ es una lera de la palabra "correcto"}\}$

Se lee “D es el conjunto de los x tales que x es una letra de la palabra *correcto*”. Las letras indicadas son c, o, r, e y t; así pues, $D = \{c, o, r, e, t\}$.

2. Escribir estos conjuntos con el método de compresión

a) A que consiste de las letras a, b, c, d y e. Pueden existir muchas soluciones primer resultado:

$A = \{x \mid x \text{ esta antes de f en el alfabeto}\}$ y como segundo resultado se tiene el siguiente:

$$A = \{x \mid x \text{ es unas de las primeras cinco letras del alfabeto}\}$$

b) $B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

$$B = \{x \mid x \text{ es positivo y par}\}$$

c) El conjunto C de todos los países de Estados Unidos.

$$C = \{x \mid x \text{ es un pais, } x \text{ esta en los Estados Unidos}\}$$

d) El conjunto $D = \{3\}$

$$D = \{x \mid x - 2 = 1\} = \{x \mid 2x = 6\}$$

Objetivo 3. Recordaras la definición de subconjunto y la igualdad entre ellos.

Ejercicios resueltos:

1. Considere los siguientes conjuntos:

$$\emptyset, A = \{1\}, B = \{1,3\}, C = \{1,5,9\}, D = \{1,2,3,4,5\}, E = \{1,3,5,7,9\}, U = \{1,2,\dots,8,9\}$$

Inserte el símbolo correcto \subset o $\not\subset$ entre cada pareja de conjuntos:

$$(a) \emptyset \subset A \quad (b) A \subset B \quad (c) B \not\subset C \quad (d) B \subset E \\ (e) C \not\subset D \quad (f) C \subset E \quad (g) D \not\subset E \quad (h) D \subset U$$

- a) $\emptyset \subset A$ ya que \emptyset es un subconjunto de todo conjunto.
- b) $A \subset B$ ya que 1 es el único elemento de A y pertenece a B.
- c) $B \not\subset C$ ya que $3 \in B$ pero $3 \notin C$.
- d) $B \subset E$ ya que los elementos de B también pertenecen a E.
- e) $C \not\subset D$ ya que $9 \in C$ pero $9 \notin D$.
- f) $C \subset E$ ya que los elementos de C también pertenecen a E.
- g) $D \not\subset E$ ya que $2 \in D$ pero $2 \notin E$.
- h) $D \subset U$ por que los elementos de D también pertenecen a U.

2. Considérese los conjuntos:

$$A = \{1,3,4,5,8,9\}, B = \{1,2,3,5,7\} \text{ y } C = \{1,5\}$$

Verificar si:

- a) $C \subset A$ y $C \subset B$

Si se cumple ya que 1 y 5 son elementos de A, B y C.

b) $B \not\subset A$

Si se cumple ya que 2 y 7, no pertenecen a A

Se puede observar que $C \subset A$

3. Usando los conjuntos dados, contesta si o no a las siguientes preguntas:

$A = \{1, 4, 2, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 4, 6, 10\}$,
 $C = \{6, 4, 1, 10\}$, $D = \{6, 4, 1\}$
 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

¿Es $A = D$? NO

¿Es $D \subseteq A$? SI

¿Es $B = C$? SI

¿Es $B \subseteq A$? SI

¿Es $A \subseteq B$? NO

¿Es $A \neq B$? SI

¿Es $B \not\subset D$? NO

¿Es $\emptyset \subseteq D$? SI

¿Es $\emptyset = B$? NO

¿Es $\emptyset \subseteq B$? SI

¿Es $B \subseteq U$? SI

¿Es $A = U$? NO

Objetivo 5. Recordarás las operaciones de unión e intersección de conjuntos y sus propiedades.

Ejemplos resueltos:

1. En el diagrama de Venn de la figura $A \cup B$ aparece rayado, o sea el área de A y el área de B.



2. Sean $S = \{a, b, c, d\}$ y $T = \{f, b, d, g\}$. Entonces

$$S \cup T = \{a, b, c, d, f, g\}$$

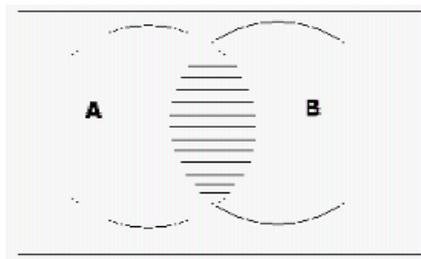
3. Sea p el conjunto de los números reales positivos y Q el conjunto de los números reales negativos $P \cup Q$, unión de P y Q consiste en todos los números reales exceptuando el cero.

La unión A y B se puede definir también concisamente así:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ o } x \in B\}$$

Ejemplos resueltos

1. En el diagrama de Venn se ha rayado $A \cap B$, el área común a ambos conjuntos A y B .



2. Sea $S = \{a, b, c, d\}$ y $T = \{f, b, d, g\}$. Entonces:

$$S \cap T = \{b, d\}$$

3. Sean $V = \{2, 4, 6, \dots\}$, es decir los múltiplos de 2: y sea $W = \{3, 6, 9, \dots\}$ o sean los múltiplos de 3. Entonces:

$$V \cap W = \{6, 12, 18, \dots\}$$

La intersección de A y B también se pueden definir concisamente así;

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \in B\}$$

Objetivo 6. Recordarás las operaciones diferencia y complemento de conjuntos y sus propiedades.

Ejemplos resueltos:

1. En el diagrama de Venn se ha rayado el complemento de A, o sea el área exterior de A. se supone que el conjunto universal U es el área del rectángulo.



2. Suponiendo que el conjunto universal U sea el alfabeto, dado $T = \{a, b, c\}$, entonces:

El complemento de $T' = \{d, e, f, g, h, \dots\}$

Ejemplos resueltos:

1. En el diagrama de Venn se ha rayado A-B, el área de A que no es parte de B.



2. Sean $S = \{a, b, c, d\}$ y $T = \{f, b, d, g\}$. Se tiene:

$$S - T = \{a, c\}$$

3. Sea R el conjunto de los números reales y Q el conjunto de los números racionales. Entonces $R - Q$ es el conjunto de los números irracionales.

La diferencia de A y B se puede también definir concisamente como:

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \notin B\}$$

Objetivo 7. Recordarás la operación producto cruz, cardinalidad y potencia de conjuntos y sus propiedades.

Ejemplos resueltos:

1. Determine el conjunto potencia $P(S)$ de $S = \{a, b, c, d\}$ los elementos de $P(S)$ son subconjuntos S . Así que:

$$P(S) =$$

$$\left[S, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \emptyset \right]$$

Observa que $P(S)$ tiene $2^4 = 16$ elementos.

2. Hallar el conjunto potencia 2^S del conjunto $S = \{3, \{1, 4\}\}$

Observar primero que S contiene dos elementos, 3 y el conjunto $\{1,4\}$. Por tanto,

2^S contiene $2^2 = 4$ elementos los cuales son:

$$2^S = \{S, \{3\}, \{\{4\}\}, \emptyset\}$$

Ejemplos resueltos:

1. Sean $W = \{\text{Juan, Josue, Ernesto}\}$ y $V = \{\text{Maria, Carmen}\}$. Hallar $W \times V$.

$W \times V$ consiste en todos los pares ordenados (a, b) en los que $a \in W$ y $b \in V$.

Por tanto:

$$W \times V = \{(\text{Juan, Maria}), (\text{Juan, Carmen}), (\text{Josue, Maria}), (\text{Josue, Carmen}), (\text{Ernesto, Maria}), (\text{Ernesto, Carmen})\}$$

2. Sean $A = \{a, b\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{3, 4\}$ Hallar:

- (a) $A \times (B \cup C)$
- (b) $(A \times B) \cup (A \times C)$
- (c) $A \times (B \cap C)$
- (d) $(A \times B) \cap (A \times C)$

- (a) $A \times (B \cup C)$

Se averigua primero $B \cup C = \{2, 3, 4\}$. Entonces:

$$A \times (B \cup C) = \{(a, 2), (a, 3), (a, 4), (b, 2), (b, 3), (b, 4)\}$$

- (b) $(A \times B) \cup (A \times C)$

Calcular primero $A \times B$ y $A \times C$:

$$A \times B = \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3)\}$$

$$A \times C = \{(a, 3), (a, 4), (b, 3), (b, 4)\}$$

Ahora la unión de los conjuntos:

$$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3), (a, 4), (b, 4)\}$$

Los ejercicios (a) y (b) muestran que:

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

(c) $A \times (B \cap C)$

Calcular primero $B \cap C = \{3\}$. Entonces:

$$A \times (B \cap C) = \{(a, 3), (b, 3)\}$$

(d) $(A \times B) \cap (A \times C)$

En (b) se calcularon $A \times B$ y $A \times C$. La intersección de $A \times B$ y $A \times C$ es el conjunto de los pares ordenados que pertenecen a ambos conjuntos, es decir,

$$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(a, 3), (b, 3)\}$$

Por lo que (c) y (d) muestran que:

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$