

## Fisiología del sistema nervioso

**Definición 1.** Una neurona es una célula capaz de transmitir impulsos nerviosos (o eléctricos).

Ya es bien conocido que la célula es la unidad vital de los seres vivos. El sistema nervioso central está formado por células de dos tipos

1. **Las células nerviosas o neuronas;** estas tienen todas las actividades características del sistema nervioso central: la conducción de los impulsos nerviosos, la elaboración de la información sensitiva, computan y señalan los patrones de respuestas apropiados, etc.
2. **Las células neurogliales o gliales;** estas aunque superan en cantidad a las neuronas en el sistema nervioso de los vertebrados, tienen un papel más pasivo. Sirven de soporte a las células nerviosas y quizá tengan algún papel en su nutrición.

Las neuronas se caracterizan por tener una o varias prolongaciones bastante largas, cuya función es de conectarse con otras células. Estas nacen en un cuerpo celular llamado **pericarion o cyton**, metabólicamente muy activo. A lo largo de estas prolongaciones se transmiten impulsos nerviosos. A lo largo del tiempo, se han ido diferenciando muchas clases distintas de neuronas en el sistema nervioso (Fig. 1).

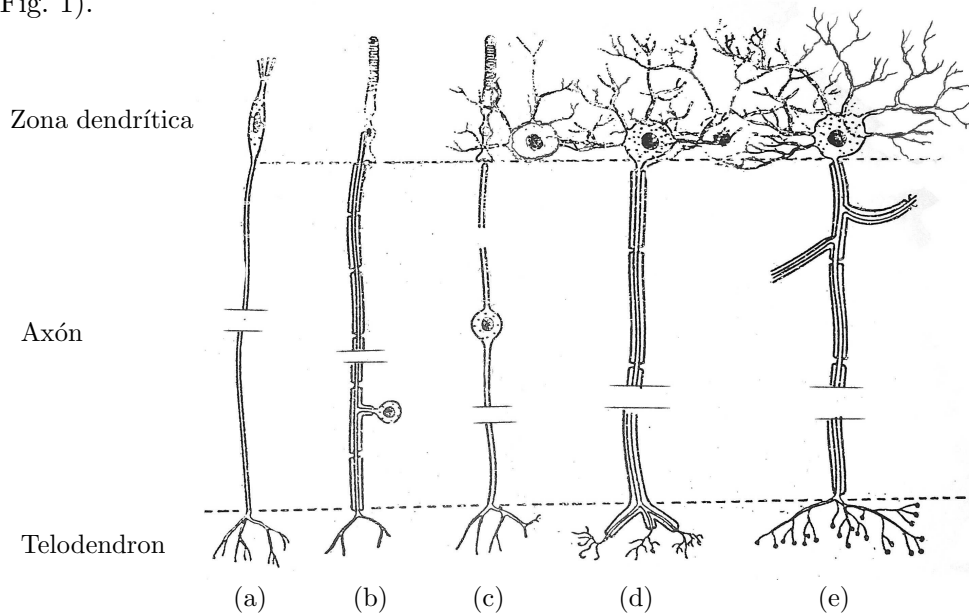


Figura 1: Morfología de las neuronas y de las células neurosensoriales. (a) células neurosensoriales olfatorias, (b) células neurosensoriales somésticas, (c) neurona bipolar, (d) neurona motora multipolar, (e) interneurona.

En la figura se puede apreciar que en cualquier caso hay ciertas características fisiológicas. Un polo de la célula -la zona dendrítica o receptora-, es sensible a influencias extracelulares de varias clases. El polo opuesto, es capaz de segregar pequeñas cantidades de sustancias químicas. Entre los polos está el *axón* y el cuerpo de la célula nerviosa. El axón es una prolongación citoplásmica capaz de producir rápidamente potenciales de acción.

## Interacción neuronal

Para nuestro estudio nos centraremos en la parte del *telodendron*, donde se encuentran los botones sinápticos, los cuales tienen el mismo agente transmisor. Una neurona interactúa con otras mediante la sinapsis.

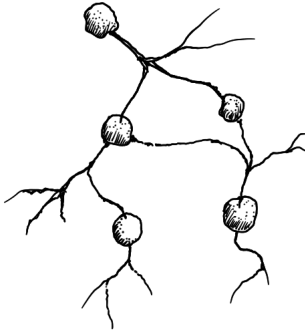


Figura 2: Interacción neuronal.

¿Cómo se da la interacción, qué ocurre durante el impulso nervioso?

Supongamos que en alguna parte se tiene una neurona donde se inicia la transmisión de energía. Si una neurona es excitada, se genera un impulso eléctrico que viaja a lo largo del axón, al llegar a los botones sinápticos provoca la liberación de un neurotransmisor. En las neuronas receptoras o *post-sinápticas* se produce un potencial: *PEPS* potencial excitatorio post-sináptico o bien un *PIPS* potencial inhibitorio post-sináptico.

**Definición 2.** Llamamos **impulso nervioso** a una onda de despolarización que viaja autogenerándose a lo largo del axón.

**Definición 3.** Un modelo matemático es una representación de un objeto o proceso, que incluye a los elementos considerados esenciales y las relaciones entre ellos. Puede haber dos tipos de modelo

1. **Físico.** Representado con maquetas, modelos a escala, máquinas, etc.
2. **Simbólico.** Dado por mapas, modelos geométricos y analíticos.

**Ejemplo 1.** Modelo de impulso nervioso de Hodgkin & Huxley.

- (a) <https://doi.org/10.1113/jphysiol.1952.sp004717>,
- (b) <https://doi.org/10.1113/jphysiol.1952.sp004718>,
- (c) <https://doi.org/10.1113/jphysiol.1952.sp004719>.

**Ejemplo 2.** Modelo de redes neuronales de McCulloch & Pitts.

- (a) <https://doi.org/10.1007/BF02478259>

**Ejemplo 3.** Modelo continuo. Completamente analítico y se aplica en un sinnúmero de campos: Física, Economía, Sistemas dinámicos, etc.

## Modelo de una red neuronal

### Características de una neurona formal

1. Un módulo es una variable booleana, puede tomar solamente un valor de los dos estados *apagado* o *prendido*.
2. Tiene una sola salida que puede ramificarse para llegar a otros módulos o consigo misma. El tipo de señal es el mismo para cada ramificación.
3. Tiene un total de  $n_e + n_i$  entradas donde

$n_e$  = número de entradas exitadoras

$n_i$  = número de entradas inhibidoras

4. Tiene un valor umbral  $\theta \in \mathbb{R}$ .
5. La neurona solo puede cambiar su estado en ciertos momentos, por lo que se define la escala temporal

$$t = t_0 + p\tau \quad (\text{escala cuantizada, en periodos particulares } \tau \text{ e tiempo})$$

donde,  $t_0$  tiempo inicial,  $p \in \mathbb{N}$ ,  $\tau$  periodo refractario (variable con la neurona). Cada neurona permanece en su estado *on/off* en el periodo  $t_0 + p\tau \leq t < t_0 + (p+1)\tau$ .

6. Una salida particular está activa en el tiempo  $t_0 + p\tau$  si la neurona a la que pertenece tal salida está activa en ese momento.
7. Una neurona está activa en el momento  $t_0 + p\tau$  si y solo si, la suma de los pesos  $\omega_i$  asociados con las entradas  $x_i$  alcanza o supera el bvalor umbral  $\theta$ , es decir

$$d(t_0 + p\tau) = 1 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^m \omega_i x_i \geq \theta$$

8.  $\omega_i < 0$  hay sinapsis inhibidora,  $\omega_i > 0$  hay sinapsis exitadora.

### Red neuronal (Modular)

Dada una red modular, la matriz de conexión  $C = (c_{ij})$ , especifica la estructura de la red modular. Las componentes de  $C$  indican si la  $i$ -ésima neurona recibe o no una conexión de la  $j$ -ésima neurona, es decir

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la } i\text{-ésima neurona recibe una entrada de la } j\text{-ésima neurona} \\ 0 & \text{en el caso contrario} \end{cases}$$

## Modelo de una red neuronal

### Matriz de Conexión

Para definir esta matriz, digamos  $C$  hay que ordenar los módulos de la red.

$i \setminus j$	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	1	0	0
2	1	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0
4	1	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1

La matriz de peso  $W$  se forma a partir de la matriz de conexión, reemplazando las entradas no nulas, con el valor correspondiente de la interacción.

$$W = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{12} & \omega_{13} & \omega_{14} & 0 & 0 \\ \omega_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{63} & \omega_{64} & \omega_{65} & \omega_{66} \end{bmatrix}$$

Los pesos  $\omega_{ij}$ , representan la fuerza de interacción entre neuronas, debido a los neurotransmisores liberados por cada una. La asignación numérica de cada entrada puede obtenerse de una situación experimental o a partir de suposiciones teóricas razonables.

Si suponemos  $\theta = cte$ , se puede definir una red legal mediante

$$\omega_{ij} = \frac{\theta}{N}, \quad N \text{ es el número de conexiones de la red.}$$

La signatura queda a criterio de la investigación o bien se pueden asignar arbitrariamente.

### Vectores de estado

Es el vector  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ , cuyas entradas son variables booleanas. La dimensión del vector corresponde al número de neuronas en la red.

### Cálculo del estado instantáneo

En principio se consideran redes neuronales cerradas, es decir no reciben elementos fuera de la red, ni

existen salidas de esta. Está definido como  $\mathbf{x}(t+1) = W \cdot \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n \omega_{1j}x_j \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^n \omega_{nj}x_j \end{bmatrix}$  Las componentes

de este vector son la fuerza de interacción de la  $i$ -ésima neurona y la  $j$ -ésima neurona de las que recibe la entrada, ponderada por los pesos  $\omega_{ij}$ .

## Modelo de una red neuronal

Para obtener el vector de estado  $\mathbf{x}(t+1)$  hay que decidir para cada entrada si satisface  $\sum \omega_{ij}x_j \geq \theta$ , es decir la correspondiente entrada cambia a 1. La evolución temporal se comporta como una cadena de Markov sujeta a la condición del umbral.

El espacio en el que trabajamos  $E$ , geoméricamente es un hiper cubo  $n$ -dimensional, la dinámica de la red queda representada por una trayectoria desde el estado inicial  $\mathbf{x}(t_0)$  al estado final  $\mathbf{x}(t)$ , este estado, llamado atractor puede ser un punto en  $E$  o un conjunto más complicado.

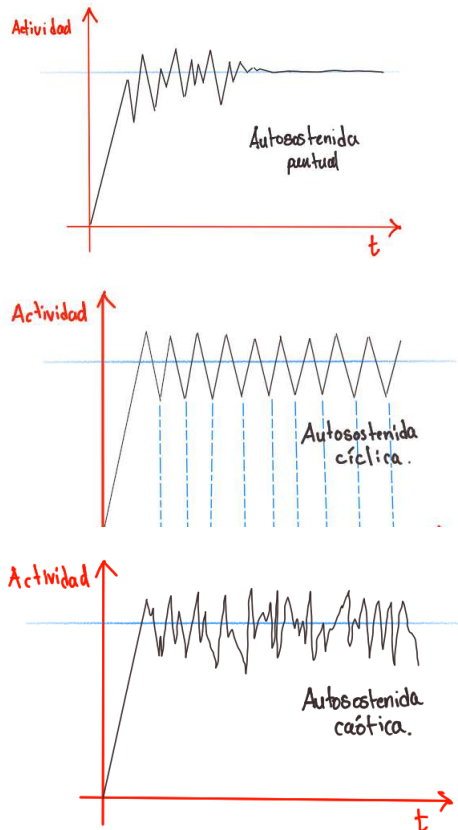


Figura 3: Dinámica de una actividad autosostenida.

### Glosario

- 1. Autosostenida.** Es la actividad en la que el atractor final  $\mathbf{x}(t)$  de la dinámica es un vector  $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}, \mathbf{1}$ , es un ciclo o una secuencia no periódica (caos).
- 2. Sincronicidad** Todas las neuronas de la red tienen la misma escala de tiempo discreta, dada por el mismo periodo refractario. Además se hace puede suponer que el periodo de duración de la transmisión del impulso nervioso ocurre en el intervalo de tiempo  $(t, t+1)$ . Otro supuesto es tomar un umbral constante y los parámetros

$$n = \text{tamaño de la red}$$

$$\theta - \omega_{ij} = \text{umbral - pesos}$$

$$\%I = \% \text{ de la inhibición}$$

$$\mathbf{x}_0 = \text{condición inicial}$$

### ¿Quieres saber más?

1. Hassoun, M.H. and Hassoun; *Fundamentals of Artificial Neural Networks*. MIT Press, 1995.
2. Daniel Graupe; *Principles of Artificial Neural Networks*. Vol. 7 Advanced series in circuits and systems, World Scientific 2013.
3. Arbib, Michael A.; *Brains, Machines and Mathematics*. Springer-Verlag, New York 1964.