

Solución al ejercicio $I = \begin{pmatrix} 2 \\ 2.2 \\ 2 \end{pmatrix} \subset [2]$

2. Sean β y γ las bases ordenadas estándar para R^n y R^m , respectivamente.

Para las siguientes transformaciones $T: R^n \rightarrow R^m$, calcular $[T]_{\frac{\gamma}{\beta}}$

(a) $T: R^2 \rightarrow R^3$ definida mediante $T(a_1, a_2) = (2a_1 - a_2, 3a_1 + 4a_2, a_1)$.

(b) $T: R^3 \rightarrow R^2$ definida mediante $T(a_1, a_2, a_3) = (2a_1 + 3a_2 - a_3, a_1 + a_3)$

(c) $T: R^3 \rightarrow R$ definida mediante $T(a_1, a_2, a_3) = 2a_1 + a_2 - 3a_3$

Solución (a) Tenemos

$$T: R^2 \rightarrow R^3$$

$$T(a_1, a_2) = (2a_1 - a_2, 3a_1 + 4a_2, a_1).$$

$$T(1, 0) = (2(1) - 0, 3(1) + 4(0), 1) = (2, 3, 1)$$

$$T(0, 1) = (2(0) - 1, 3(0) + 4(1), 0) = (-1, 4, 0)$$

Por lo tanto, la matriz de la transformación $[T]_{\frac{3}{2}}$ con respecto a las bases ordenadas β y γ es:

$$[T]_{\frac{3}{2}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Solución (b) Tenemos

$$T: R^3 \rightarrow R^2$$

$$T(a_1, a_2, a_3) = (2a_1 + 3a_2 - a_3, a_1 + a_3)$$

$$T(1, 0, 0) = (2(1) + 3(0) - 0, 1 + 0) = (2, 1)$$

$$T(0, 1, 0) = (2(0) + 3(1) - 0, 0 + 0) = (3, 0)$$

$$T(0, 0, 1) = (2(0) + 3(0) - 1, 0 + 1) = (-1, 1)$$

Por lo tanto, la matriz de la transformación $[T]_{\frac{2}{3}}$ con respecto a las bases ordenadas β y γ es:

$$[T]_{\frac{2}{3}} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Solución (c) Tenemos

$$T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$T(a_1, a_2, a_3) = 2a_1 + a_2 - 3a_3$$

$$T(1, 0, 0) = 2(1) + 0 - 3(0) = 2$$

$$T(0, 1, 0) = 2(0) + 1 - 3(0) = 1$$

$$T(0, 0, 1) = 2(0) + 0 - 3(1) = -3$$

Por lo tanto, la matriz de la transformación $[T]_{\frac{1}{3}}$ con respecto a las bases ordenadas β y γ es:

$$[T]_{\frac{1}{3}} = (2, 1, -3)$$