4.1.-

$$\left\{ \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -2 \\ 6 \end{vmatrix} \right\} \subset \mathbb{R}^2;$$

Calculando Determinante

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = (1)(6) - (3 \cdot -2) = 6 - (-6) = 12$$

$$\det A \neq 0$$

Calculando el Rango

$$R(A) = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}_{\underline{\underline{2}}\times 2}$$

Si $\det |A| \neq 0$, $R(A) = 2$

Con esto sabemos que los 2 vectores son linealmente independientes

$$x_1 \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix} + x_2 \begin{vmatrix} -2 \\ 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc} -2 & +4 & 0 \\ 2 & 6 & 0 \\ \hline 0 & 10 & 0 \end{array} \ :10$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} x_1 & x_2 \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$x_1 = 0$$
$$x_2 = 0$$

Sostituyendo en las ecuaciones

$$x_1 - 2x_2 = 0 \qquad 0 - 2(0) = 0$$
$$2x_1 + 6x_2 = 0 \qquad 2(0) + 6(0) = 0$$

Tenemos que

$$x_1 = x_2 = 0$$

es linealmente independiente la matriz y forma una base en $\mathbb{R}^2$