

3. Muestra que los siguientes conjuntos de vectores linealmente independientes, de lo contrario escribe uno de los vectores como combinación lineal de los restantes.

$$(3.2) \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \in \mathbb{R}^3$$

Sean $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$, resolvamos

$$x_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Esto es:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Del primer renglón tenemos que $x_3 = 0$, nos quedan ecuaciones

$$x_1 + 2x_2 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 0$$

restamos ambas ecuaciones y nos queda

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 0.$$

\therefore Es linealmente independiente.