UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo
Unidad Cuajimalpa

Algebra Lineal I.

RECAP

Independencia lineal

Definición 1. *Sea V un espacio vectorial sobre F. Diremos que $S \subset V$ es* **linealmente dependiente** *si existen vectores distintos $u_1, \ldots, u_\ell$ en S y escalares $\alpha_1, \ldots, \alpha_\ell$, distintos de cero (no todos), tales que*

$$\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \cdots + \alpha_\ell u_\ell = 0.$$

Un conjunto que no es linealmente dependiente se dice que es **linealmente independiente**.

Base

Definición 2. *Sea V un espacio vectorial. Una* **base** *para V es un conjunto de vectores en V tales que son linealmente independientes y generan a V.*

Nota 1. *Si el espacio vectorial V tiene una base finita, entonces el espacio es finito-dimensional.*

Ejemplo 1. *Considera el conjunto $S \subset \mathbb{R}^3$, con*

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \right\}$$

¿Es S una base para $\mathbb{R}^3$?

Ejemplo 2. *Considera el conjunto $S \subset \mathbb{R}^3$, con*

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

¿Es S una base para $\mathbb{R}^3$?

Ejemplo 3. *Considera el conjunto $F = \{1, x, x^2, \ldots, x^n\}$, forman una base para el espacio de polinomios de grado n.*

Ejemplo 4. *Considera el conjunto*

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x - y + 3z = 0 \right\}$$

Encontrar una base para este espacio.

Ejemplo 5. *Encuentra una base y la dimensión del espacio de las soluciones del sistema de ecuaciones lineales homogeneas*

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &= 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 &= 0 \end{aligned}$$