UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo
Unidad Cuajimalpa

Algebra Lineal I.

Matriz inversa (v.2.0)

Determinante de una matriz

Sea A una matriz de $n \times n$ con entradas en un campo $\mathbb{F}$. Si $n = 1$, es decir $A = (a_{11})$, se define $\det(A) = a_{11}$. Para $n \geq 2$ definimos $\det(A)$ recursivamente como

$$\det(A) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} A_{ij} \cdot \det(\tilde{A}_{ij})$$

a este escalar le llamaremos **determinante** de A, también se denota por $|A|$.

Ejemplo 1. *Calcular el determinante de* $A = \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{5} \\ \sqrt{20} & 1 \end{bmatrix}$.

Matriz de cofactores

El número

$$c_{ij} = (-1)^{i+j} \det(\tilde{A}_{ij})$$

se llama **cofactor** de A en la entrada ij. Es decir, es el determinante calculado de remover el i-ésimo renglón y la j-ésima columna de A. Entonces la matriz

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

es la **matriz de cofactores** de A.

Ejemplo 2. *Calcular el determinante de* $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$, *por cofactores de la segunda fila.*

Ejemplo 3. *Calcular el determinante de* $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{bmatrix}$, *por cofactores de la primer columna.*

Ejemplo 4. *Hay que saber elegir el renglón y la columna. Calcular el determinante de*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$